

弹性波在流体与饱和孔隙固体界面上的反射

李 尧¹, 崔志文², 张玉君², 王克协²

(1. 北华大学 物理学院, 吉林 132013; 2. 吉林大学 物理学院, 长春 130021)

摘 要: 针对流体与孔隙介质边界可能出现闭孔边界的情况, 研究了从理想流体入射到黏滞流体饱和孔隙介质的弹性波反射问题, 计算考察了采用顾及喷射流动动力学机制的 BISQ 模型下介质参数对反射系数的影响, 并与开孔边界的情况和采用 Biot 模型的结果进行了对比。结果表明边界状况对采用 BISQ 模型的反射系数影响更明显。

关 键 词: 反射; 孔隙固体; Biot 理论; 喷射流; 闭孔边界

中图分类号: TU 459.13

文献标识码: A

Reflection of elastic waves at fluid/fluid saturated poroelastic solid interface

LI Yao¹, CUI Zhi-wen², ZHANG Yu-jun², WANG Ke-xie²

(1. College of Physics, Beihua University, Jilin 132013, China; 2. College of Physics, Jilin University, Changchun 130023, China)

Abstract: Reflection of inclined incident elastic waves at a fluid/fluid saturated poroelastic solid interface is studied. Attention is focused on the influence of the sealed-pore boundary on the reflection coefficient predicted by BISQ model. The results are also compared with those based on Biot theory. The study shows that the effect of boundary condition on the reflection coefficient is noticeable based on BISQ model.

Key words: reflection; poroelastic solid; Biot theory; squirt flow; sealed-pore boundary condition

1 前 言

液体饱和孔隙固体的波动理论在地球物理勘探、地震工程、岩土动力学、水下声学 and 地基工程等领域有着重要的理论和实际意义。Biot 于 1956 年发表了一系列孔隙固体介质中弹性波传播的论文, 奠定了孔隙固体的波动理论^[1]。该理论预测孔隙固体中存在两种纵波, 其中具有强频散高衰减特性的第二类纵波, 首先被 Plona^[2]1980 年的试验证实。此后, 孔隙固体波动问题受到广泛的重视, 如今已形成应用性很强的研究领域^[3,4]。

弹性波在两种不同介质界面上的反射和透射一直是波动理论中的一个重要问题, 在现实也有着广泛的应用。Stoll 等^[5]对平面波由无黏流体斜入射至高孔介质时的反射进行了研究。Santos 等^[6]考察了黏滞修正系数对平面波在流体与孔隙介质边界上的位移和能量透反射系数的影响。Wu 等^[7]及 Yang^[8]研究了边界状况对孔隙固体边界上的反射和

透射影响。魏征等^[9]研究了横观各向同性液体饱和多孔介质边界上的反射与透射。Lin 等^[10]研究无黏流体饱和孔隙介质半空间反射问题。可见, Biot 理论已成为研究孔隙固体边界反射与透射问题广为采用的模型。

然而, 对低孔低渗的孔隙固体, Biot 理论对其中传播的弹性波的速度和衰减很难给出合理的解释^[11]。低孔低渗的孔隙固体中存在着微裂隙, 当弹性波通过时, 孔隙流体就会喷出和挤入裂隙, 其中与 Biot 流动垂直的喷射流动所引起的弹性纵波的衰减比 Biot 理论预测的衰减还大。Dvorkin 等^[11]将喷射流动动力学机制与 Biot 流动机制综合, 提出 BISQ 模型, 给出的衰减和频散更接近实际。近年来, 该模型得到了国内外学者的关注, 如向各向异性情况推广^[12]。Cui 和 Wang^[13]采用 BISQ 模型研究了喷射流对弹性波在流体与孔隙介质边界上的位移和能量透反射系数的影响, 但没有考虑孔隙固体边界为闭孔的情况。本文针对流体与孔隙介质边界实际可

能出现开孔和闭孔的情况,研究从理想流体入射到黏滞饱和和孔隙介质的平面波反射问题,考察封闭边界时孔隙介质参数对采用 BISQ 模型预测的反射系数的影响,并与开孔边界情况和采用没有考虑喷射流效应的 Biot 理论的结果进行对比。

2 孔隙固体的 BISQ 模型

Dvorkin 和 Nur 等^[9]将 Biot 流动机制和喷射流动力学机制相综合提出了 Biot-喷射流统一模型,即 BISQ 模型。该模型将快纵波的频散和衰减与频率和包括引入特征喷射流长度的岩石参数联系起来。与 Biot 理论描述的孔隙流体流动的宏观机制不同,喷射流机制描述的是局部特征,这两种机制均是引起孔隙介质弹性波速度频散和衰减的因素。该模型的最终结果是将 Biot 理论中的弹性模量 M 由含有喷射流动因子 $S(\omega)$ 的 $\bar{M}$ 所代替^[14],它们的具体表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= MS(\omega), S(\omega) = 1 - \frac{2J_1(\lambda R)}{\lambda RJ_0(\lambda R)} \\ M &= \frac{K_f K_s}{\phi K_s + (1 - K_b/K_s - \phi) K_f} \\ \lambda &= \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}(\omega)}{M}}, \tilde{\rho}(\omega) = \frac{i\eta}{\omega \kappa(\omega)} \\ \kappa(\omega) &= \kappa_0 \left[F(\omega) - \frac{i\omega \alpha_\infty \rho_f \kappa_0}{\phi \eta} \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: K_s 为固相体积模量; K_f 为流相体积模量; K_b 为骨架体积模量; ϕ 为孔隙率; $J_0(x)$ 和 $J_1(x)$ 分别为 0 阶和一阶 Bessel 函数; η 为动力黏滞系数; $\kappa(\omega)$ 为动态渗透率; $F(\omega)$ 为 Biot 高频黏滞修正因子; α_∞ 为弯曲度; κ_0 为渗透率, ρ_f 为流相体密度, R 为特征喷射流长度,它是给出等效于各种形状和大小孔道中局域流的总体结果的喷射流作用的平均长度,与给定的岩石的孔道空间几何紧密相关, Dvorkin 认为它是岩石的一个基本参数。这样, BISQ 理论就将局域微观特性的喷射流作用转化为宏观描述,从而从形式上只要将 Biot 理论中模量 M 由 $\bar{M}$ 取代。这一模型除了 Biot 理论中的孔隙介质弹性参数、孔隙度、渗透率、流体物性参数外,又引入了特征喷射流长度参数 R 作为多孔介质的一个固有参数。这一理论模型的优点在于,它具有象 Biot 理论一样的对孔隙弹性体的宏观描述,同时又顾及了喷射流动机制对孔隙介质中纵波波速度和衰减的影响。

依据 BISQ 理论,孔隙介质弹性波满足的应力-

应变关系为

$$\left. \begin{aligned} \tau &= (\bar{H} - 2G)(\nabla u)I + \bar{C}(\nabla w)I + G(\nabla u + \nabla u^T); \\ -P &= \bar{C}\nabla u + \bar{M}\nabla w \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

和运动方程:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \tau &= \rho \ddot{u} + \rho_f \ddot{w}; \\ -\nabla P &= \eta \kappa^{-1}(\omega) \dot{w} + \rho_f \ddot{u} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

关于固相位移 u 与渗流位移 w 的频率域的弹性动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} (\bar{H} - G)\nabla \nabla u + G\nabla^2 u + \omega^2 \rho u + \bar{C}\nabla \nabla w + \\ \omega^2 \rho_f w &= 0; \\ \bar{C}\nabla \nabla u + \omega^2 \rho_f u + \bar{M}\nabla \nabla w + \omega^2 \tilde{\rho} w &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $\bar{H} = K_b + 4G/3 + (1 - K_b/K_s)^2 \bar{M}$; $\bar{C} = (1 - K_b/K_s) \bar{M}$ 。

3 界面上的反射系数

设一平面波从无黏流体半空间入射至流体与饱和孔隙介质的水平分界面上,上半空间($z < 0$)为理想流体,下半空间为流体饱和和孔隙介质。入射、反射和折射都在 x - z 平面内发生,在界面上生成反射波和折射快纵波、折射慢纵波和折射横波,它们相应的物理量分别用下角标 R 、 $P1$ 、 $P2$ 和 SV 表示,入射波用下角标 I 表示。

对孔隙介质中的折射波引入快纵波、慢纵波和横波($\psi_{SV} = \psi_{SV} e_y$)势函数:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{P1} &= A_{P1} \exp[i(k_{P1x}x + v_{P1}z - \omega t)]; \\ \varphi_{P2} &= A_{P2} \exp[i(k_{P2x}x + v_{P2}z - \omega t)]; \\ \psi_{SV} &= A_{SV} \exp[i(k_{SVx}x + v_{SV}z - \omega t)] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 A_{P1} 、 A_{P2} 、 A_{SV} 分别为快纵波、慢纵波和横波势函数的振幅。

令入射波和反射波的势函数为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_I &= A_I \exp[i(\sigma x + v_I z - \omega t)]; \\ \varphi_R &= A_R \exp[i(\sigma x - v_I z - \omega t)] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: A_I 、 A_R 为入射波和反射波的势函数的振幅; $\sigma = k_1 \sin \theta_1$; θ_1 为入射角, $v_I = \sqrt{k_1^2 - \sigma^2}$ 分别为入射波的水平波数和垂直波数; k_{ξ} 和 v_{ξ} ($\xi = P1, P2, SV$) 分别代表折射波的水平波数和垂直波数。

当流体与孔隙介质界面的边界为开孔的情况时,分界面的边界条件为^[7]

$$U_z = u_z + w_z; P_f = P; -P_f = \tau_{zz}; 0 = \tau_{zx} \quad (7)$$

式中: U_z 为流体半空间流体位移法向分量; u_z 、 w_z 分别为孔隙介质固相位移和渗流位移的法向分量; P_f 、 P 分别为流体半空间流体压强和孔隙流体压强; τ_{zz} 为孔隙介质的法向应力; τ_{zx} 为孔隙介质的

剪切应力。

当流体与孔隙介质界面的边界为闭孔的情况时, 分界面的边界条件为

$$U_z = u_z; w_z = 0; -P_f = \tau_{zz}; 0 = \tau_{zx} \quad (8)$$

边界条件要求水平波数相等(Snell 定律),

$$k_{p1x} = k_{p2x} = k_{svx} = \sigma = \frac{\omega}{V_0} \sin \theta_1 \quad (9)$$

由边界条件组成的方程组可写为(设 $A_1 = 1$),

$$[M]_{4 \times 4} \{A\} = \{B\} \quad (10)$$

其中:

$$\{A\} = [A_R \ A_{p1} \ A_{p2} \ A_{sv}]^T, \quad \{B\} = [v_1 \ 0 - \rho_0 \omega^2 \ 0]^T,$$

矩阵 $[M]$ 的元素具体表达式为

$$\left. \begin{aligned} m_{11} &= v_f; m_{12} = v_{p1}; m_{13} = v_{p2}; m_{14} = \sigma; \\ m_{21} &= 0; m_{22} = \beta_{p1} v_{p1}; m_{23} = \beta_{p2} v_{p2}; \\ m_{24} &= \beta_{sv} \sigma; m_{31} = \rho_0 \omega^2; \\ m_{32} &= 2G\sigma^2 - (\bar{H} + \bar{C}\beta_{p1})k_{p1}^2; \\ m_{33} &= 2G\sigma^2 - (\bar{H} + \bar{C}\beta_{p2})k_{p2}^2; m_{34} = -2G\sigma v_{sv}; \\ m_{41} &= 0; m_{42} = -2\sigma v_{p1}; m_{43} = -2\sigma v_{p2}; \\ m_{44} &= k_{sv}^2 - 2\sigma^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

对开孔边界情况详细表达式可见文献[10]。解(16)确定势函数的系数后, 可得到用位移幅度比表示的反射系数:

$$\tilde{R}_R = \frac{A_R}{A_1} = R_R \exp(i\Phi_R) \quad (12)$$

式中 R_R 、 Φ_R 分别为反射系数的模和相位。

为了得到能量反射系数, 下面写出流体中的平均能流,

$$\langle J_0 \rangle = -\frac{1}{2} \text{Re}(-\dot{U}_0^* P_0) \quad (13)$$

式中 Re 和 $*$ 分别代表对复数取实部和复共轭, 下角标 0 表示流体空间。由此, 可定义法向能流, 即平均能流在界面法线方向上的分量 $F = \langle J_0 \rangle n$, 进一步得到入射波和反射波的法向能流表达式:

$$F_I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^3 |A_I|^2 v_1; \quad F_R = -\frac{1}{2} \rho_0 \omega^3 |A_R|^2 v_1 \quad (14)$$

定义法向能流分量:

$$\left. \begin{aligned} 2F_I &= \text{Re}(P_{0I} \dot{U}_{0I}^*); \\ 2F_R &= \text{Re}(P_{0R} \dot{U}_{0R}^* + P_{0I} \dot{U}_{0R}^* + P_{0R} \dot{U}_{0I}^*) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

能量反射系数定义为

$$ER = F_R / F_I \quad (16)$$

4 计算结果与分析

选取典型的低孔低渗孔隙固体参数^[11], 计算参数: $K_s = 38.0$ GPa, $K_b = 16.0$ GPa, $G = 14.61$ GPa,

$\rho_s = 2.65$ g/cm³, $K_f = 2.25$ GPa, $\rho_f = 1.0$ g/cm³, 弯曲度 $\alpha_\infty = 3.67$ 。尽管孔隙度和渗透率之间没有一个通用的关系, 但渗透率随孔隙度的增加而增大是合理的。将孔隙度和渗透率联系起来最普遍的公式是著名的 Kozeny-Carman 关系。本文采用这一近似公式的典型例子 $\kappa_0 = \text{cons} / \phi^2$, 即给出了渗透率随孔隙度变化的合理估计。选择在孔隙度 0.01 时取渗透率为 10×10^{-5} m²(毫达西), 对所考虑其他的情况, 渗透率和孔隙度的关系由这一近似式相互对应。上半空间流体的参数 $V_0 = 1500$ m/s, $\rho_0 = 1.0$ g/cm³。

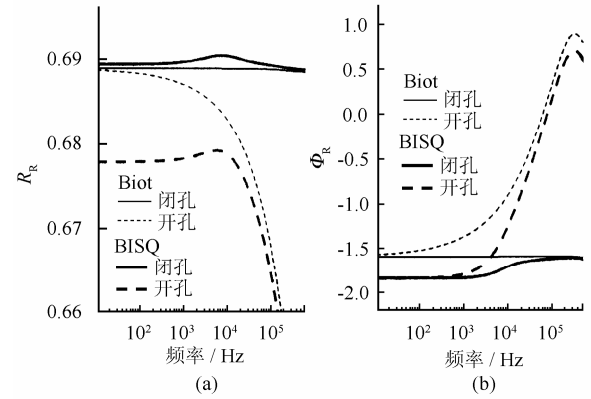


图 1 位移反射系数的模和相位随频率的变化曲线
Fig.1 Modulus and phase of displacement reflection coefficient as function of the frequency

图 1 给出了入射角为 30° 、黏滞系数为 1 mPa·s 及渗透率为 5×10^{-15} m² 两种模型的位移反射系数随频率的变化曲线。细线和粗线分别代表采用 Biot 模型和采用 BISQ 模型的结果, 实线代表闭孔边界, 虚线代表开孔边界。从图中可以看出, 采用两种模型的位移反射系数的模和相位是不同的, 差别主要体现在低频区域。从图 1(a) 可见, 开孔边界和闭孔边界对反射系数有明显影响。采用 Biot 模型时, 影响主要体现在高频区域; 而采用 BISQ 模型时, 在低频区域也有明显差别。从图 1(b) 可见, 采用两种模型的反射系数的相位随频率的变化规律几乎相同, 相位差别主要体现在低频区域, 开孔和闭孔边界情况的相位差别主要体现在高频区域。

图 2 给出了频率为 50 Hz、黏滞系数为 1 mPa·s 及渗透率为 5×10^{-15} m²(毫达西)两种模型的位移反射系数随入射角的变化曲线。从图 2(a) 可见, 从两种模型计算的反射系数的模在小入射角区间的差别是明显的。采用 BISQ 模型的系数小于采用 Biot 模型时的系数, 采用 Biot 模型时, 开孔边界和闭孔边界对反射系数影响很小看不出差别, 而采用 BISQ 模型时边界状况的影响比采用 Biot 模型时明显。从

图 2 (b) 可见, 采用两种模型的相位差别很小, 而不同边界状况的相位几乎看不出差别。

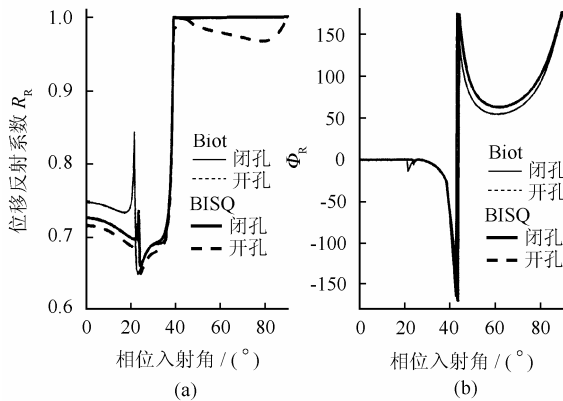


图 2 位移反射系数的模和相位随入射角的变化曲线
Fig.2 Modulus and phase of displacement reflection coefficient as function of the frequency

图 3 给出了入射角为 30° 、黏滞系数为 $1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ 及渗透率为 $5 \times 10^{-15} \text{ m}^2$ (毫达西) 采用 BISQ 模型取不同特征喷射流长度时的能量反射系数随频率的变化曲线。从图中可以看出, 闭孔边界时采用两种得到的能量反射系数差别比开孔边界时的小。闭孔边界时采用 BISQ 模型得到的能量反射系数出现了一些峰值, 随特征喷射流长度的增加峰值的位置向低频移动, 比采用 Biot 模型得到的系数略大, 与开孔边界情况比采用 Biot 模型得到的系数小不同。

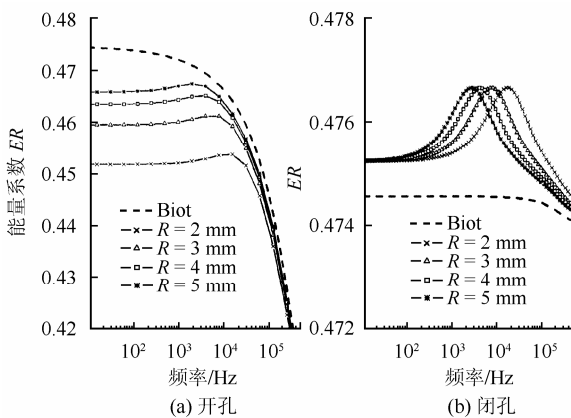


图 3 能量反射系数随频率的变化曲线
Fig.3 Energy reflection coefficient as function of the frequency

图 4 给出了渗透率为 5 毫达西频率为 50 Hz、特征喷射流长度为 3 mm 及孔隙流体取不同黏滞系数时能量反射系数随入射角的变化曲线。可以看出, 只有开孔边界情况采用 BISQ 模型得到的能量反射系数对孔隙流体的黏滞系数敏感, 并且其值随黏滞系数值的增加而增加, 其黏滞系数为 10

$\text{mPa}\cdot\text{s}$ 的曲线 (细点线) 与闭孔边界情况的曲线 (粗实线、粗虚线、粗点线) 几乎重合, 见图 4(a)。

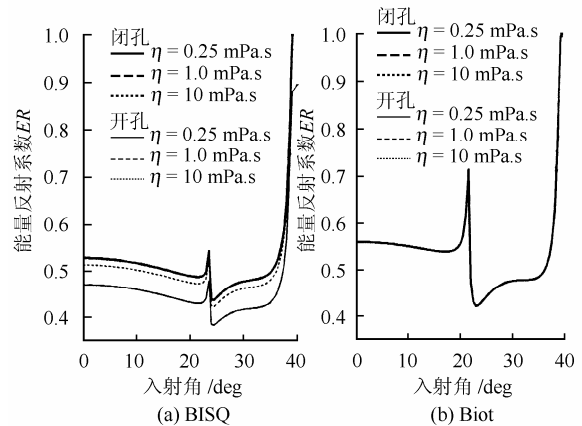


图 4 不同黏滞系数时能量反射系数随入射角的变化曲线
Fig.4 Reflection coefficients as a function as angle of incidence for different values of viscosity

图 5 给出了黏滞系数为 $1 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ 、频率为 50 Hz、特征喷射流长度为 3 mm 及不同渗透率时能量反射系数随入射角的变化曲线。可以看出, 采用两种模型得到的反射系数都对渗透率敏感。从图 5(a)、图 5(c) 可见, 闭孔边界情况下, 采用 BISQ 模型得到的反射系数与采用 Biot 模型得到的反射系数相比对渗透率的敏感性要低; 从图 5(b) 和图 5(d) 可见,

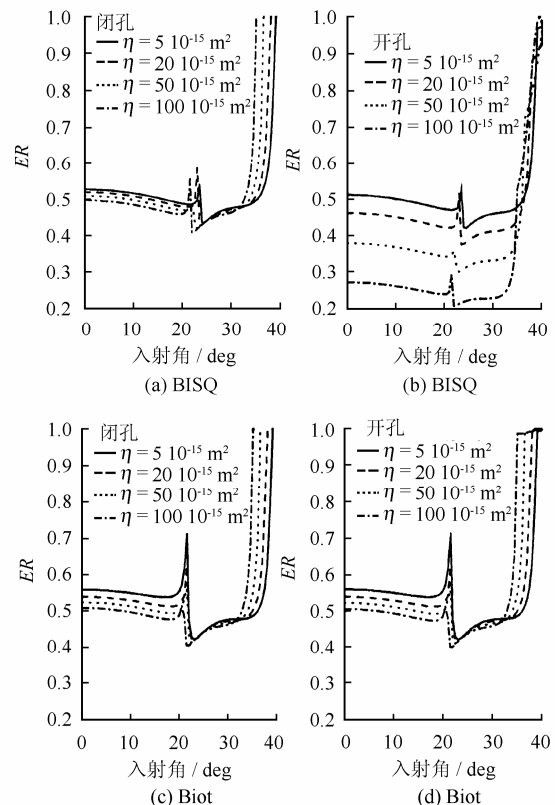


图 5 不同渗透率时能量反射系数随入射角的变化曲线
Fig.5 Reflection coefficients as a function as angle of incidence for different values of permeability

对开孔边界情况, 由采用 BISQ 模型得到的反射系数与采用 Biot 模型得到的反射系数相比对渗透率的敏感性要高。采用 Biot 模型时, 开孔边界和闭孔边界对反射系数的影响不大, 而采用 BISQ 模型时, 开孔边界和闭孔边界状况对反射系数的影响较大。

5 结 语

针对流体与孔隙介质界面上可能出现闭孔边界的情况, 本文采用顾及喷射流动动力学机制的 BISQ 模型, 研究了弹性波从理想流体入射到黏滞流体饱和孔隙介质的弹性波反射问题。考察了介质参数对反射系数的影响, 并与开孔边界的情况和采用 Biot 模型的结果进行了对比, 这些结果对解释弹性波在流体和孔隙介质界面上的反射现象提供认识。结果表明, 边界状况对采用 Biot 模型得到的反射系数的影响较小, 而对采用 BISQ 模型的反射系数影响更明显。因此, 试验上设计开孔边界和闭孔边界不同边界状况, 通过流体孔隙固体边界上弹性波的反射试验研究不同的孔隙固体动力学模型的有效性。这也是一个很有意义的课题, 有待进一步地试验研究。

参 考 文 献

- [1] Bourbie T, Coussy O, Zinszner B. Acoustic of Porous Media[M]. Houston: Gulf Publish.Co, 1987.
- [2] Plona T. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies[J]. **Applied Physics Letter**, 1980, 36: 259—261.
- [3] 柯燎亮, 汪越胜, 章梓茂. 非均匀饱和土中 Love 波的传播特性[J]. 岩土力学, 2004, 25(增刊 2): 369—374.
KE Liao-liang, WANG Yue-sheng, ZHANG Zi-mao, Properties of Love waves in inhomogeneous saturated soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(Supp.2): 369—374.
- [4] 祝彦知, 李冬霞, 方志. 横观各向同性饱和土体三维粘弹性动力分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(10): 1 557—1 564.
ZHU Yan-zhi, LI Dong-xia, FANG Zhi, Three dimensional 3-D viscoelastic dynamic analysis of transversely isotropic fluid-saturated poroelastic soil in time domain[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(10): 1 557—1 564.
- [5] Stoll R D, Kan T-K. Reflection of acoustic wave at a water/sediment interface[J]. **Journal of Acoustical Society of America**, 1981, 70: 149—156.
- [6] Santos J E, Corbero J M, Ravazzoli C L, et al. Reflection and transmission coefficients in fluid-saturated porous media[J]. **Journal of Acoustical Society of America**, 1992, 91(4): 1 911—1 913.
- [7] Kunyu Wu, Qiang Xue, Laszlo Adler. Reflection and transmission of elastic waves from fluid-saturated porous solid boundary[J]. **Journal of Acoustical Society of America**, 1990, 87(6): 2 349—2 358.
- [8] Yang J. Importance of flow condition on seismic waves at a saturated porous solid boundary[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 1999, 221(3), 391—413.
- [9] 魏征, 汪越胜, 章梓茂. 波由单相弹性介质向横观各向同性液体饱和多孔介质传播时的反射与透射[J]. 固体力学学报, 2002, 23(2): 183—189.
WEI Zheng, WANG Yue-sheng, ZHANG Zi-mao. Reflection and transmission of elastic waves propagating from a single phase elastic medium to a transversely isotropic liquid saturated porous medium[J]. **Acta Mechanica Solid Sinica**, 2002, 23(2): 183—189.
- [10] Lin C H, Lee V W, Trifunac M D. The reflection of plane waves in a poroelastic half-space saturated with inviscid fluid[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2005, 25: 205—223.
- [11] Dvorkin J, Nur A. Dynamic poroelasticity: a unified model with the squirt and the Biot mechanisms[J]. **Geophysics**, 1993, 58: 523—533.
- [12] Yang D H, Zhang Z J. Effects of the Biot and the squirt-flow coupling interaction on anisotropic elastic waves[J]. **Chinese Science Bulletin**, 2000, 45: 2 130—2 138.
- [13] Cui Zhi-wen, Wang Ke-xie. Influence of the squirt flow on reflection and refraction of elastic waves at a fluid/fluid-saturated poroelastic solid interface[J]. **International Journal of Engineering Science**, 2003, 41(18): 2 179—2 191.
- [14] 崔志文, 王克协, 曹正良, 等. 多孔介质 BISQ 模型中的慢纵波[J]. 物理学报, 2004, 53(9): 3 083—3 089.
CUI Zhi-wen, WANG Ke-xie, CAO Zheng-liang, et al. Slow waves propagation in BISQ poroelastic model[J]. **Acta Physica Sinica**, 2004, 53(9): 3 083—3 088.